

试卷代号:1080

座位号      

国家开放大学(中央广播电视大学)2018 年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2019 年 1 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设  $A, B$  均为  $n$  阶可逆矩阵,则下列等式成立的是(     ).
- A.  $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$

B.  $|A+B|=|A|+|B|$

C.  $|-2AB|=2^n|A||B|$

D.  $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$
2. 向量组  $\alpha_1=[1,0,0], \alpha_2=[1,2,0], \alpha_3=[0,0,3], \alpha_4=[1,2,3]$  的秩是(     ).
- A. 1

B. 2

C. 3

D. 4
3. 矩阵  $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  的特征值为 0,2,则  $3A$  的特征值为(     ).
- A. 0,2

B. 0,6

C. 0,0

D. 2,6

4. 设  $A, B$  是两事件, 则下列等式中( )是不正确的.

A.  $P(AB) = P(A)P(B|A)$ , 其中  $P(A) \neq 0$

B.  $P(AB) = P(B)P(A|B)$ , 其中  $P(B) \neq 0$

C.  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 其中  $A, B$  相互独立

D.  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 其中  $A, B$  互不相容

5. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自正态总体  $N(5, 1)$  的样本, 则检验假设  $H_0: \mu = 5$  采用统计量

$U = ( )$ .

A.  $\frac{\bar{x} - 5}{\sqrt{5}}$

B.  $\frac{\bar{x} - 5}{1/\sqrt{5}}$

C.  $\frac{\bar{x} - 5}{1/\sqrt{n}}$

D.  $\frac{\bar{x} - 5}{1}$

得 分	评卷人

## 二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设行列式  $\begin{vmatrix} 6 & 7 & 9 \\ k & 0 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ , 则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 当  $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$  时, 方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ -x_1 - \lambda x_2 = -1 \end{cases}$  有无穷多解.

8. 若  $P(A) = 0.2, P(B) = 0.3$ , 且  $A$  与  $B$  互不相容, 则  $P(A+B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 设随机变量  $X$  服从二项分布  $B(n, p)$ , 则  $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 且  $\sigma^2$  未知, 用样本假设检验  $H_0: \mu = \mu_0$  时可采用统计量  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

得 分	评卷人

### 三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 已知  $X = AX + B$ , 其中  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ , 求  $X$ .

12. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

的全部解.

13. 设  $X \sim N(1, 0.04)$ , 试求: (1)  $P(X < 1.2)$ ; (2)  $P(0.7 < X < 1.1)$ .

(已知  $\Phi(0.5) = 0.6915$ ,  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(1.5) = 0.9332$ ,  $\Phi(3) = 0.9987$ )

14. 某一批零件重量  $X \sim N(\mu, 0.04)$ , 随机抽取 4 个测得重量(单位: 千克)为

14.7, 15.1, 14.8, 15.2

可否认为这批零件的平均重量为 15 千克( $\alpha = 0.05$ ) (已知  $u_{0.975} = 1.96$ )?

得 分	评卷人

### 四、证明题(本题 6 分)

15. 设随机事件  $A, B$  相互独立, 试证  $\bar{A}, B$  也相互独立.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2019年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. D

2. C

3. B

4. D

5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 4

7. 1

8. 0.5

9.  $np$

10.  $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:  $X = (I - A)^{-1}B$

.....5分

$$\text{且 } (I - A) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

.....12分

由矩阵乘法得

$$X = (I - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

.....16分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

此时齐次方程组化为

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 \\ x_2 = 8x_4 \\ x_3 = -5x_4 \end{cases}$$

令  $x_4 = 1$ , 得齐次方程组的一个基础解系

$$X_1 = [15 \ 8 \ -5 \ 1]'$$

.....12 分

令  $x_4 = 0$ , 得非齐次方程组的一个特解

$$X_0 = [16 \ 9 \ -6 \ 0]'$$

由此得原方程组的全部解为

$$X = X_0 + kX_1 \quad (\text{其中 } k \text{ 为任意常数})$$

.....16 分

13. 解: (1)  $P(X < 1.2) = P\left(\frac{X-1}{0.2} < \frac{1.2-1}{0.2}\right) = P\left(\frac{X-1}{0.2} < 1\right) = \Phi(1) = 0.8413$  .....8 分

(2)  $P(0.7 < X < 1.1) = P\left(\frac{0.7-1}{0.2} < \frac{X-1}{0.2} < \frac{1.1-1}{0.2}\right) = P(-1.5 < \frac{X-1}{0.2} < 0.5)$   
 $= \Phi(0.5) + \Phi(1.5) - 1 = 0.6915 + 0.9332 - 1 = 0.6247$  .....16 分

14. 解: 零假设  $H_0: \mu = 15$ . 由于已知  $\sigma^2$ , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

.....5 分

经计算得

$$\bar{x} = 14.95, \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{14.95 - 15}{0.2/\sqrt{4}} \right| = 0.5$$

.....10 分

已知  $u_{0.975} = 1.96$ ,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = 0.5 \leq 1.96 = u_{0.975}$$

故接受零假设, 即可以认为这批零件的平均重量为 15 千克. ....16 分

#### 四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 因为  $P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = P(B) - P(A)P(B) = P(B)(1 - P(A))$   
 $= P(\bar{A})P(B)$

所以  $\bar{A}, B$  也相互独立. 证毕. ....6 分