

试卷代号:1080

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2017年1月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列命题中正确的是().

A. $(A+I)(A-I)=A^2-I$

B. 若 $AB=O$,则 $A=O$ 或 $B=O$

C. 若 $AB=AC$,且 $A \neq O$,则 $B=C$

D. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

2. 若齐次线性方程组 $AX=O$ 只有零解,则非齐次线性方程组 $AX=b$ 的解的情况是().

A. 有唯一解

B. 有无穷多解

C. 可能无解

D. 有非零解

3. 设 A, B 是两个随机事件,则下列等式中不正确的是().

A. $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ B. $P(AB)=P(A)P(B)$

C. $P(A)=1-P(\bar{A})$

D. $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$

4. 袋中有 3 个红球, 2 个白球, 第一次取出一球后放回, 第二次再取一球, 则两次都取到红球的概率是().

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{3}{20}$

C. $\frac{6}{25}$

D. $\frac{9}{25}$

5. 对于单个正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知时, 关于均值 μ 的假设检验应采用().

A. F 检验法

B. U 检验法

C. χ^2 检验法

D. t 检验法

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 A, B 是 3 阶方阵, 其中 $|A|=3, |B|=2$, 则 $|2A'B^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X , 使得 $AX = \lambda X$, 则称 X 为 A 相应于特征值 λ 的 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 若 $r(A)=1$, 则 3 元齐次线性方程组 $AX=O$ 的一个基础解系中含有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个解向量.

9. 若 $P(A+B)=0.9, P(\overline{A}B)=0.3, P(A\overline{B})=0.5$, 则 $P(AB)=\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设随机变量 X , 若 $E(X)=3$, 则 $E(2X+1)=\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解矩阵方程 $AX=B$, 其中 $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

12. λ 为何值时,下列方程组有解? 有解时求出其全部解.

$$\begin{cases} x_1+x_2-3x_3=1 \\ -x_1-2x_2+x_3=2 \\ 2x_1+3x_2-4x_3=\lambda \end{cases}$$

13. 设 $X \sim N(2, 25)$, 试求: (1) $P(12 < X < 17)$; (2) $P(X > -3)$. (已知 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(3) = 0.9987$)

14. 据资料分析,某厂生产的砖的抗断强度 X 服从正态分布 $N(32.5, 1.21)$. 今从该厂最近生产的一批砖中随机地抽取了 9 块,测得抗断强度(单位: kg/cm^2)的平均值为 31.18. 假设标准差没有改变,在 0.05 的显著性水平下,问这批砖的抗断强度是否合格. ($u_{0.975} = 1.96$)

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + A - 3I = O$, 试证方阵 $A - I$ 可逆.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A 2. C 3. B 4. D 5. D

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 12
7. 特征向量
8. 2
9. 0.1
10. 7

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -1 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{因此, } A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \dots\dots(10 \text{ 分})$$

于是,由矩阵乘法可得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 2 & 0 \\ -15 & 3 \end{bmatrix}. \quad \dots\dots(16 \text{ 分})$$

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & \lambda-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+1 \end{bmatrix}$$

由阶梯阵可知: 当 $\lambda+1=0$, 即 $\lambda=-1$ 时, 方程组有解.(7 分)

此时, 由最后一个行简化阶梯阵得方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = 5x_3 + 4 \\ x_2 = -2x_3 - 3 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由元}) \quad \dots\dots(10 \text{ 分})$$

令 $x_3=0$, 得方程组的一个特解 $X_0=(4 \quad -3 \quad 0)'$(12 分)

不计最后一列, 令 $x_3=1$, 得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1=(5 \quad -2 \quad 1)' \quad \dots\dots(14 \text{ 分})$$

于是, 方程组的全部解为 $X=X_0+kX_1$ (其中 k 为任意常数).(16 分)

$$\begin{aligned} 13. \text{ 解: } (1) P(12 < X < 17) &= P\left(\frac{12-2}{5} < \frac{X-2}{5} < \frac{17-2}{5}\right) = P\left(2 < \frac{X-2}{5} < 3\right) \\ &= \Phi(3) - \Phi(2) = 0.9987 - 0.9772 = 0.0215 \quad \dots\dots(8 \text{ 分}) \end{aligned}$$

$$(2) P(X > -3) = P\left(\frac{X-2}{5} > \frac{-3-2}{5}\right) = P\left(\frac{X-2}{5} > -1\right) = \Phi(1) = 0.8413$$

.....(16 分)

14. 解: 零假设 $H_0: \mu=32.5$; $H_1: \mu \neq 32.5$.

由于标准差没有改变, 故已知 $\sigma_0^2=1.21$, 选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \dots\dots(5 \text{ 分})$$

由已知, $\bar{x}=31.18$, $\mu_0=32.5$, $\sigma_0=1.1$, $n=9$, 于是得

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{31.18 - 32.5}{1.1 / \sqrt{9}} = -3.6 \quad \dots\dots(10 \text{ 分})$$

在 0.05 的显著性水平下, $\left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| = 3.6 > 1.96$, 因此拒绝零假设 H_0 , 即这批砖的抗断强度不合格.(16 分)

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 由 $A^2 + A - 3I = O$ 可得 $(A - I)(A + 2I) = I$

因此, 方阵 $A - I$ 可逆, 其逆为 $A + 2I$(6 分)