

试卷代号:1080

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2018年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 A, B 都是 n 阶矩阵, 则等式() 成立.
 - A. $|A+B| = |A| + |B|$
 - B. $|AB| = |BA|$
 - C. $AB = BA$
 - D. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$
2. 设 A 是 n 阶方阵, 当条件() 成立时, n 元线性方程组 $AX = b$ 有唯一解.
 - A. $b = 0$
 - B. $|A| = 0$
 - C. $r(A) < n$
 - D. $r(A) = n$
3. 下列命题中不正确的是().
 - A. A 与 A' 有相同的特征多项式
 - B. A 的特征向量的线性组合仍为 A 的特征向量
 - C. 若 $\lambda = 0$ 是 A 的一个特征值, 则 $AX = 0$ 必有非零解
 - D. 若 λ 是 A 的特征值, 则 $(\lambda I - A)X = 0$ 的非零解向量必是 A 对应于 λ 的特征向量

4. 若事件 A, B 满足(), 则 A 与 B 是相互独立的.

A. $P(B)=P(A)P(B|A)$

B. $P(A-B)=P(A)-P(B)$

C. $P(AB)=P(A)P(B)$

D. $P(A)=P(B)P(A|B)$

5. 对正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假设检验问题中, U 检验解决的问题是().

A. 已知方差, 检验均值

B. 未知方差, 检验均值

C. 已知均值, 检验方差

D. 未知均值, 检验方差

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 A, B 均为 2 阶矩阵, 且 $|A|=3, |B|=2, |3AB| = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 当 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 2 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$ 的秩最小.

8. 若 $P(A)=0.7, P(B)=0.8$, 且 A, B 相互独立, 则 $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设随机变量 X , 且 $E(X)=2, E(X^2)=9$, 那么 $D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 则 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sim \underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, 求 (1) $|A|$, (2) A^{-1} .

12. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

的全部解.

13. 设 $X \sim N(3, 4)$, 试求 (1) $P(5 < X < 9)$; (2) $P(X > 7)$. (已知 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(3) = 0.9987$)

14. 已知某种零件重量 $X \sim N(15, 0.09)$, 采用新技术后, 取了 9 个样品, 测得重量(单位: kg)的平均值为 14.9, 已知方差不变, 问平均重量是否仍为 15 ($\alpha = 0.05$, $u_{0.975} = 1.96$)?

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A - B) = P(A) - P(AB)$.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B 2. D 3. B 4. C 5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 54 7. 0 8. 0.56 9. 5 10. $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:(1) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1$ 6分

(2)利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -9 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 16分

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 7 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 1 + 5x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 为自由未知量})$$

令 $x_4=0$, 得到方程的一个特解 $X_0=(1 \ 0 \ 0 \ 0)'$.

方程组相应的齐次方程的一般解为

$$\begin{cases} x_1=5x_4 \\ x_2=x_4 \\ x_3=-x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 为自由未知量})$$

令 $x_4=1$, 得到方程的一个基础解系 $X_1=(5 \ 1 \ -1 \ 1)'$.

.....13 分

于是, 方程组的全部解为

$X=X_0+kX_1$ (其中 k 为任意常数)

.....16 分

13. 解: (1) $P(5 < X < 9) = P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 3\right)$
 $= \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574$

.....8 分

(2) $P(X > 7) = P\left(\frac{X-3}{2} > \frac{7-3}{2}\right)$
 $= P\left(\frac{X-3}{2} > 2\right) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq 2\right)$
 $= 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$

.....16 分

14. 解: 零假设 $H_0: \mu=15$. 由于已知 $\sigma^2=0.09$, 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

.....5 分

已知 $\bar{x}=14.9$, 经计算得

$$\frac{\sigma}{\sqrt{9}} = \frac{0.3}{3} = 0.1, \quad \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{14.9 - 15}{0.1} \right| = 1$$

.....10 分

由已知条件 $u_{0.975}=1.96$,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = 1 < 1.96 = u_{0.975}$$

故接受零假设, 即零件平均重量仍为 15.

.....16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 由事件的关系可知

$$A = A \cup \emptyset = A(B + \bar{B}) = AB + A\bar{B} = AB + (A - B)$$

而 $(A - B)(AB) = \emptyset$, 故由概率的性质可知

$$P(A) = P(A - B) + P(AB)$$

即

$$P(A - B) = P(A) - P(AB) \quad \text{证毕}$$

.....6 分