

试卷代号:1080

座位号 

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2015 年春季学期“开放本科”期末考试

## 工程数学(本) 试题(半开卷)

2015 年 7 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

### 一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设  $A, B$  均为  $n$  阶可逆矩阵,则下列等式成立的是( ).

A.  $|(AB)^{-1}| = \frac{1}{|BA|}$

B.  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

C.  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

D.  $|A^{-1} + B^{-1}| = |A^{-1}| + |B^{-1}|$

2. 设  $A$  是  $n$  阶方阵,当条件( )成立时,  $n$  元线性方程组  $AX = B$  有唯一解.

A.  $B = 0$

B.  $|A| = 0$

C.  $r(A) < n$

D.  $r(A) = n$

3. 下列命题中不正确的是( ).

A.  $A$  与  $A'$  有相同的特征多项式

B.  $A$  的特征向量的线性组合仍为  $A$  的特征向量

C. 若  $\lambda = 0$  是  $A$  的一个特征值,则  $AX = 0$  必有非零解

D. 若  $\lambda$  是  $A$  的特征值,则  $(\lambda I - A)X = 0$  的非零解向量必是  $A$  对应于  $\lambda$  的特征向量

4. 设  $A, B$  是两事件, 则下列等式中( ) 是不正确的.

A.  $P(AB) = P(A)P(B|A)$ , 其中  $P(A) \neq 0$

B.  $P(AB) = P(B)P(A|B)$ , 其中  $P(B) \neq 0$

C.  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 其中  $A, B$  相互独立

D.  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 其中  $A, B$  互不相容

5. 设  $x_1, x_2, x_3$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 则( ) 是  $\mu$  的无偏估计.

A.  $\frac{2}{5}x_1 + \frac{2}{5}x_2 + \frac{2}{5}x_3$

B.  $x_1 + x_2 + x_3$

C.  $\frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{3}{5}x_3$

D.  $\frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{1}{5}x_3$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设  $A$  是 2 阶矩阵, 且  $|A|=9$ ,  $|3A^{-1}|=$ \_\_\_\_\_.

7. 若线性方程组  $AX = B (B \neq 0)$  有唯一解, 则相应的齐次方程组  $AX = 0$

\_\_\_\_\_.

8. 若  $P(A)=0.8, P(\bar{A})=0.5$ , 则  $P(AB)=$ \_\_\_\_\_.

9. 如果随机变量  $X$  的期望  $E(X)=2, E(X^2)=9$ , 那么  $D(X)=$ \_\_\_\_\_.

10. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 且  $\sigma^2$  未知, 用样本假设检验  $H_0: \mu = \mu_0$  时可采用统计量

\_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

### 三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ , 那么  $A - B$  可逆吗? 若可逆, 求逆矩阵

$(A - B)^{-1}$ .

12. 求下列齐次线性方程组的通解.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

13. 设  $X \sim N(3, 4)$ , 试求: (1)  $P(X < -1)$ ; (2)  $P(5 < X < 9)$ .

(已知  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(2) = 0.9772$ ,  $\Phi(3) = 0.9987$ )

14. 已知某种零件重量  $X \sim N(15, 0.09)$ , 采用新技术后, 取了 9 个样品, 测得重量(单位: kg)的平均值为 14.9, 已知方差不变, 问平均重量是否仍为 15 ( $\alpha = 0.05$ ,  $u_{0.975} = 1.96$ )?

得 分	评卷人

### 四、证明题(本题 6 分)

15. 设  $A$  为正交矩阵, 试证:  $|A|$  等于 1 或 -1.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2015年春季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2015年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A                  2. D                  3. B                  4. D                  5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 1

7. 只有零解

8. 0.3

9. 5

10.  $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:因为  $|A - B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$

所以  $A - B$  可逆.

……8分

又因为  $(A - B : I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{所以 } (A-B)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

.....16 分

$$12. \text{ 解: } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 9 & 5 & 3 \\ -1 & -3 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{一般解为 } \begin{cases} x_1 = -3x_2 - x_4 \\ x_3 = -\frac{1}{3}x_4 \\ x_5 = 0 \end{cases}, \text{ 其中 } x_2, x_4 \text{ 是自由未知量}$$

.....9 分

令  $x_2 = 1, x_4 = 0$ , 得  $X_1 = (-3, 1, 0, 0, 0)'$ ;

$x_2 = 0, x_4 = 3$ , 得  $X_2 = (-3, 0, -1, 3, 0)'$

所以原方程组的一个基础解系为  $\{X_1, X_2\}$ .

.....13 分

原方程组的通解为:  $k_1 X_1 + k_2 X_2$ , 其中  $k_1, k_2$  是任意常数.

.....16 分

$$13. \text{ 解: } (1) P(X < -1) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{-1-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} < -2\right) = \Phi(-2)$$

$$= 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

.....8 分

$$(2) P(5 < X < 9) = P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = P(1 < \frac{X-3}{2} < 3)$$

$$= \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574$$

.....16 分

14. 解:零假设  $H_0: \mu = 15$ . 由于已知  $\sigma^2 = 0.09$ , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

已知  $\bar{x} = 14.9$ , 经计算得

$$\frac{\sigma}{\sqrt{9}} = \frac{0.3}{3} = 0.1, \quad \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = \left| \frac{14.9 - 15}{0.1} \right| = 1 \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

由已知条件  $u_{0.975} = 1.96$ ,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = 1 < 1.96 = u_{0.975}$$

故接受零假设, 即零件平均重量仍为 15. \dots\dots 16 \text{ 分}

#### 四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 因为

$$AA' = I, \quad |AA'| = |A| |A'| = |A| |A| = |A|^2 = |I| = 1$$

即  $|A|^2 = 1$ , 所以  $|A|$  等于 1 或 -1. 证毕. \dots\dots 6 \text{ 分}