

试卷代号:1080

座位号 

--	--

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

## 工程数学(本) 试题

2012 年 7 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

### 一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设  $A, B$  均为  $n$  阶可逆矩阵,则下列等式成立的是( ).

A.  $\left| (AB)^{-1} \right| = \frac{1}{|BA|}$

B.  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

C.  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

D.  $\left| A^{-1} + B^{-1} \right| = \left| A^{-1} \right| + \left| B^{-1} \right|$

2. 矩阵  $A$  适合条件( )时,它的秩为  $r$ .

A.  $A$  中任何  $r+1$  列线性相关

B.  $A$  中任何  $r$  列线性相关

C.  $A$  中有  $r$  列线性相关

D.  $A$  中线性无关的列有且最多达  $r$  列

3. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ , 那么  $A$  的特征值是( ).

A. 1, 1

B. -4, 6

C. 1, 5

D. 5, 5

4. 设  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2	3
$P$	0.1	0.3	0.4	0.2

则  $P(X < 2) = ( )$ .

A. 0.1

B. 0.2

C. 0.3

D. 0.4

5. 对给定的正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的一个样本  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\sigma^2$  未知, 求  $\mu$  的置信区间, 选用的样本函数服从( ).

A.  $\chi^2$  分布

B. 正态分布

C.  $t$  分布

D. 指数分布

得 分	评卷人

## 二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $I$  为单位矩阵, 则  $(I - A)' =$  \_\_\_\_\_.

7. 设向量  $\beta$  可由向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  线性表示, 则表示方法唯一的充分必要条件是  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  \_\_\_\_\_.

8. 已知  $P(A) = 0.9, P(AB) = 0.5$ , 则  $P(A - B) =$  \_\_\_\_\_.

9. 设  $X$  为随机变量, 已知  $D(X) = 2$ , 那么  $D(2X - 7) =$  \_\_\_\_\_.

10. 矿砂的 5 个样本中, 经测得其铜含量为  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  (百分数), 设铜含量服从  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  未知, 在  $\alpha = 0.01$  下, 检验  $\mu = \mu_0$ , 则取统计量 \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

### 三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 已知矩阵方程  $X=AX+B$ , 其中  $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ , 求  $X$ .

12. 求齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1+3x_2+3x_3+2x_4+x_5=0 \\ 2x_1+6x_2+9x_3+5x_4+3x_5=0 \\ -x_1-3x_2+3x_3+2x_5=0 \end{cases}$  的通解.

13. 设  $X \sim N(5, 4)$ , 试求 (1)  $P(5 < X < 9)$ ; (2)  $P(x > 7)$ . (已知  $\Phi(0) = 0.5$ ,  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(2) = 0.9773$ )

14. 某一批零件长度  $X \sim N(\mu, 0.2^2)$ , 随机抽取 4 个测得长度(单位:cm)为

14.7, 15.1, 14.8, 15.0

可否认为这批零件的平均长度为 15cm ( $\alpha = 0.05$ ,  $u_{0.975} = 1.96$ )?

得 分	评卷人

### 四、证明题(本题 6 分)

15. 设  $A$  是  $n$  阶矩阵, 若  $A^3 = 0$ , 则  $(I - A)^{-1} = I + A + A^2$ .

试卷代号:1080

中央广播电视大学 2011—2012 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

## 工程数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2012 年 7 月

### 一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. A                  2. D                  3. B                  4. D                  5. C

### 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6.  $\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

7. 线性无关

8. 0.4

9. 8

10.  $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{5}}$

### 三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解:因为  $(I-A)X=B$ , 且

$$(I-A : I) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } (I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } X = (I-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}. \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

$$12. \text{ 解: } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 9 & 5 & 3 \\ -1 & -3 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{一般解为} \begin{cases} x_1 = -3x_2 - x_4 \\ x_3 = -\frac{1}{3}x_4 \\ x_5 = 0 \end{cases}, \text{其中 } x_2, x_4 \text{ 是自由元} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

令  $x_2=1, x_4=0$ , 得  $X_1=(-3, 1, 0, 0, 0)'$ ;

$x_2=0, x_4=3$ , 得  $X_2=(-3, 0, -1, 3, 0)'$

所以原方程组的一个基础解系为  $\{X_1, X_2\}$ .  $\dots\dots\dots 13 \text{ 分}$

原方程组的通解为:  $k_1 X_1 + k_2 X_2$ , 其中  $k_1, k_2$  是任意常数.  $\dots\dots\dots 16 \text{ 分}$

$$\begin{aligned} 13. \text{ 解: (1) } P(5 < X < 9) &= P\left(\frac{5-5}{2} < \frac{X-5}{2} < \frac{9-5}{2}\right) = P\left(0 < \frac{X-5}{2} < 2\right) \\ &= \Phi(2) - \Phi(0) = 0.9773 - 0.5 = 0.4773 \dots\dots\dots 8 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) P(X > 7) &= P\left(\frac{X-5}{2} > \frac{7-5}{2}\right) \\ &= P\left(\frac{X-5}{2} > 1\right) = 1 - P\left(\frac{X-5}{2} \leq 1\right) \\ &= 1 - \Phi(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587 \dots\dots\dots 16 \text{ 分} \end{aligned}$$

14. 解: 零假设  $H_0: \mu=15$ . 由于已知  $\sigma^2$ , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{已知 } \frac{\sigma}{\sqrt{4}} = 0.1, \text{ 经计算得 } \bar{x} = 14.9, \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{14.9 - 15}{0.1} \right| = 1 \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{由已知条件 } u_{0.975} = 1.96, \text{ 且 } \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = 1 \leq 1.96 = u_{0.975}$$

故接受假设, 即可以认为这批零件的平均长度为 15cm.  $\dots\dots\dots 16 \text{ 分}$

#### 四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 因为  $(I-A)(I+A+A^2)$

$$= I + A + A^2 - A - A^2 - A^3 = I - A^3 = I$$

所以  $(I-A)^{-1} = I + A + A^2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$