

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2019年1月

|    |   |   |   |   |    |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 分数 |   |   |   |   |    |

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数  $f(x) = \frac{1}{\ln(x-1)}$  的定义域是( ).  
 A.  $(1, +\infty)$  B.  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$   
 C.  $(1, 2) \cup (2, +\infty)$  D.  $(0, 2) \cup (2, +\infty)$
- 当  $k = ( )$  时, 函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{3}{x} + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续.  
 A. 0 B. 1  
 C. 2 D. -1
- 下列结论中正确的是( ).  
 A.  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点, 则  $x_0$  必是  $f(x)$  的驻点  
 B. 使  $f'(x)$  不存在的点  $x_0$  一定是  $f(x)$  的极值点  
 C. 若  $f'(x_0) = 0$ , 则  $x_0$  必是  $f(x)$  的极值点  
 D.  $x_0$  是  $f(x)$  的极值点, 且  $f'(x_0)$  存在, 则必有  $f'(x_0) = 0$
- 若函数  $f(x) = x + \sqrt{x} (x > 0)$ , 则  $\int f'(x) dx = ( )$ .  
 A.  $x + \sqrt{x} + c$  B.  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$   
 C.  $x^2 + x + c$  D.  $x^2 + \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + c$
- 微分方程  $y' = 0$  的通解为( ).  
 A.  $y = 0$  B.  $y = c$   
 C.  $y = x + c$  D.  $y = cx$

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数  $f(x+1) = x^2 + 2x + 7$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 曲线  $y = x^{\frac{1}{2}}$  在点  $(1, 1)$  处的切线的斜率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- $\int_{-1}^1 (\sin x \cos 2x - x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 微分方程  $xy'' + (y')^4 \cos x = e^{x+y}$  的阶数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

### 三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$ .

12. 设  $y = x\sqrt{x} + \cos 3x$ , 求  $dy$ .

13. 计算不定积分  $\int x \sin x dx$ .

14. 计算定积分  $\int_0^{\ln 2} e^x (1 + e^x)^2 dx$ .

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

### 四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为  $4\text{m}^3$  的底为正方的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费用最低? 最低总费用是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

## 微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2019年1月

### 一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C

2. B

3. D

4. A

5. B

### 二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6.  $x^2+6$

7. 3

8.  $\frac{1}{2}$

9.  $-\frac{2}{3}$

10. 2

### 三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$ .

解:原式  $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{6}$

11分

12. 设  $y = x\sqrt{x} + \cos 3x$ , 求  $dy$ .

解:  $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - 3\sin 3x$

9分

$dy = \left( \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - 3\sin 3x \right) dx$

11分

13. 计算不定积分  $\int x \sin x dx$ .

解:  $\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + c$

11分

14. 计算定积分  $\int_0^{\ln 2} e^x (1+e^x)^2 dx$ .

解:  $\int_0^{\ln 2} e^x (1+e^x)^2 dx = \int_0^{\ln 2} (1+e^x)^2 d(1+e^x) = \frac{1}{3} (1+e^x)^3 \Big|_0^{\ln 2} = \frac{19}{3}$  11 分

#### 四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为  $4\text{m}^3$  的底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费用最低? 最低总费用是多少?

解: 设水箱的底边长为  $x$ , 高为  $h$ , 表面积为  $S$ , 且有  $h = \frac{4}{x^2}$

所以  $S = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x}$ ,

$$S' = 2x - \frac{16}{x^2}$$

令  $S' = 0$ , 得  $x = 2$ , 10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当  $x = 2, h = 1$  时水箱的表面积最小.

此时的费用为  $S|_{x=2} \times 10 + 40 = 160$ (元) 16 分